

## Chap 5 : L'interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson permet d'accéder à des mesures très précises (de longueur d'onde, d'épaisseur), d'où son nom « **interféromètre** ». Il fut créé en 1881 par le physicien américain Albert Michelson, prix Nobel; son utilisation par Michelson et Morley joua un rôle important dans l'établissement de la théorie de la relativité restreinte (il a permis de montrer que la vitesse de la lumière était indépendante du référentiel).

### 1. L'interféromètre de Michelson

#### 1.1 Présentation du dispositif

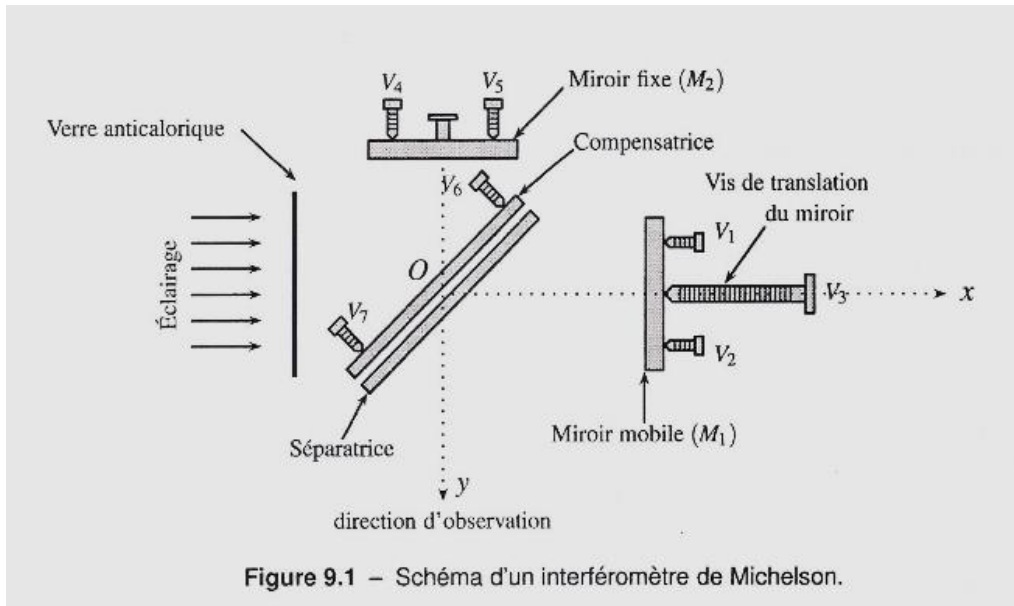


Figure 9.1 – Schéma d'un interféromètre de Michelson.

L'interféromètre est réalisé à partir de :

- Un miroir mobile ( $M_1$ ), pouvant être traduit le long de l'axe (Ox)
- Un miroir fixe ( $M_2$ )
- Une lame traitée sur sa face avant pour être semi-réfléchissante, appelée **lame séparatrice**, et une lame identique mais non traitée, appelée **lame compensatrice**, toutes deux inclinées de  $\frac{\pi}{4}$  par rapport aux axes (Ox) et (Oy). L'ensemble de ces deux lames constitue le **dispositif séparateur**.

Les deux segments [O ; miroir ( $M_1$ )] et [O ; miroir ( $M_2$ )] constituent les deux **bras de l'interféromètre**.

Un verre anticalorique est placé à l'entrée de l'interféromètre : il a pour rôle d'absorber le rayonnement infrarouge, protégeant ainsi toute l'optique de l'interféromètre.

Différentes vis de réglage (de ( $V_1$ ) à ( $V_6$ )) permettent de contrôler la position ou l'orientation des différents éléments :

- Les vis ( $V_1$ ) et ( $V_2$ ) permettent d'opérer un réglage « grossier » de l'orientation du miroir ( $M_1$ ).
- La vis ( $V_3$ ) est une vis micrométrique hélicoïdale qui permet de déplacer le miroir ( $M_1$ ). Le mouvement correspondant est appelé **chariotage** du miroir. Cette vis est munie d'un palmer qui permet de mesurer la position du miroir ( $M_1$ ) au millimètre près.
- Les vis ( $V_4$ ) et ( $V_5$ ) permettent de régler finement l'orientation du miroir fixe ( $M_2$ ).
- Les vis ( $V_6$ ) et ( $V_7$ ) permettent de régler l'orientation de la lame compensatrice afin d'assurer le meilleur parallélisme possible avec la lame séparatrice.

## 1.2 Les deux voies de l'interféromètre

- **Voie 1** : la lumière incidente est d'abord transmise par le dispositif séparateur, réfléchi ensuite par le miroir ( $M_1$ ), et enfin transmise par le dispositif séparateur avant d'émerger de l'interféromètre.

- **Voie 2** : la lumière incidente est d'abord réfléchi par le dispositif séparateur, réfléchi ensuite par le miroir ( $M_2$ ), et enfin transmise par le dispositif séparateur avant d'émerger de l'interféromètre.

## 1.3 Le dispositif séparateur

La lame séparatrice permet de séparer le faisceau lumineux incident en deux faisceaux d'éclairement moitié. Cependant, en l'absence de la lame compensatrice, le rayon réfléchi par ( $M_1$ ) traverse trois fois la séparatrice (figure 9.2) alors que le rayon réfléchi par ( $M_2$ ) ne la traverse qu'une seule fois. Ceci entraîne une différence de chemin optique irréductible entre les deux voies de l'interféromètre.

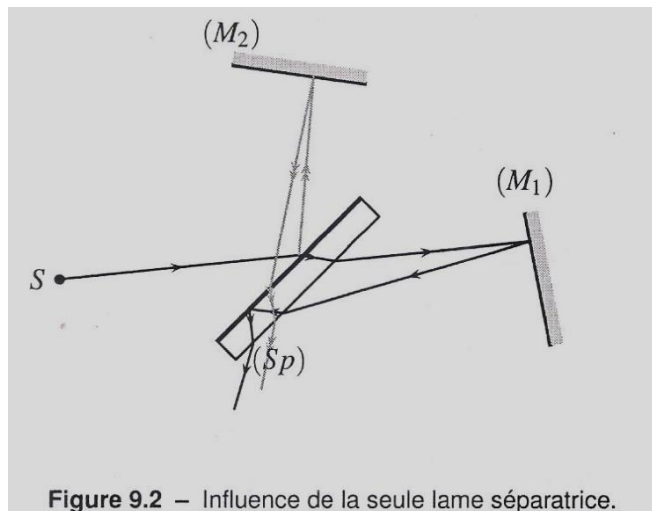
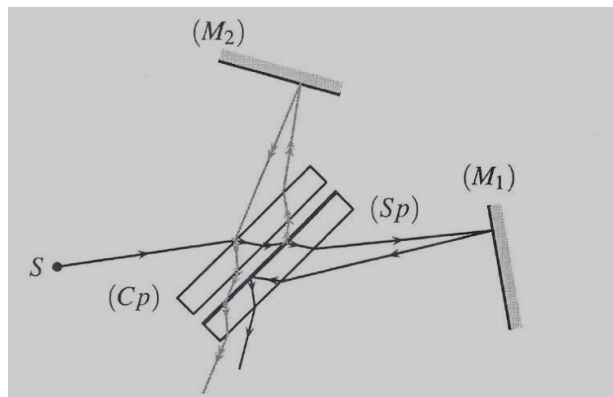


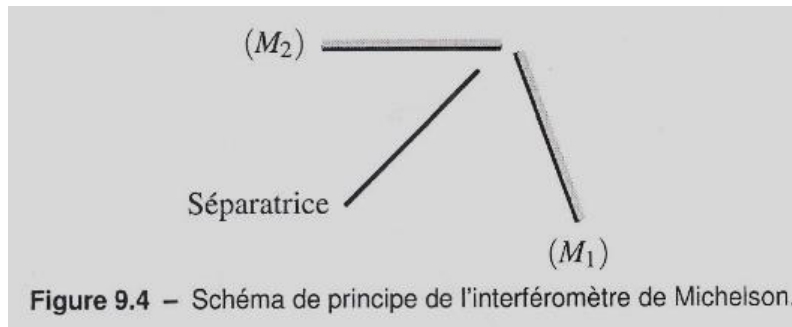
Figure 9.2 – Influence de la seule lame séparatrice.

Pour compenser la différence de marche introduite par la séparatrice, on ajoute au dispositif séparateur, une lame identique (sans traitement de surface). Ainsi, chaque rayon transitant par une des deux voies de l'interféromètre aura traversé quatre fois l'épaisseur d'une lame (figure 9.3). La présence de la lame compensatrice permet de rendre les deux voies de l'interféromètre équivalentes.



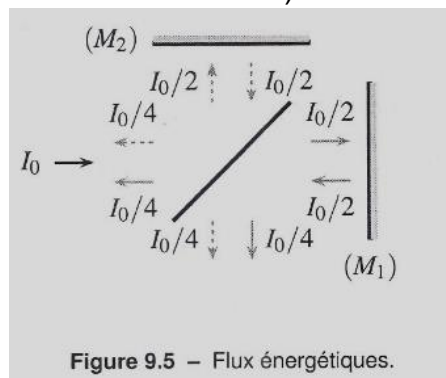
Dans toute la suite du cours, on considérera que l'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est équivalent à une lame séparatrice d'épaisseur idéalement nulle, n'introduisant aucune différence de marche résiduelle.

## 1.4 Schéma de principe de l'interféromètre



Dans ce schéma, l'interféromètre est réduit à l'essentiel : deux miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) et une séparatrice idéale.

Le dispositif séparateur est conçu pour réfléchir 50% de l'intensité vibratoire incidente, quelle que soit le faisceau incident, et pour transmettre 50% de l'intensité vibratoire. Les flux énergétiques dans l'interféromètre de Michelson sont représentés sur la figure 9.5 (en supposant les miroirs parfaitement réfléchissants).



La moitié de l'intensité vibratoire est dirigée vers la sortie de l'interféromètre, et l'autre moitié est renvoyée vers la source.

## 2. Configuration de la lame d'air éclairée par une source étendue

### 2.1. Définition

On dit que l'interféromètre est configuré en **lame d'air** lorsque les deux miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) sont perpendiculaires aux axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ) respectivement.

### 2.2. Observation des franges

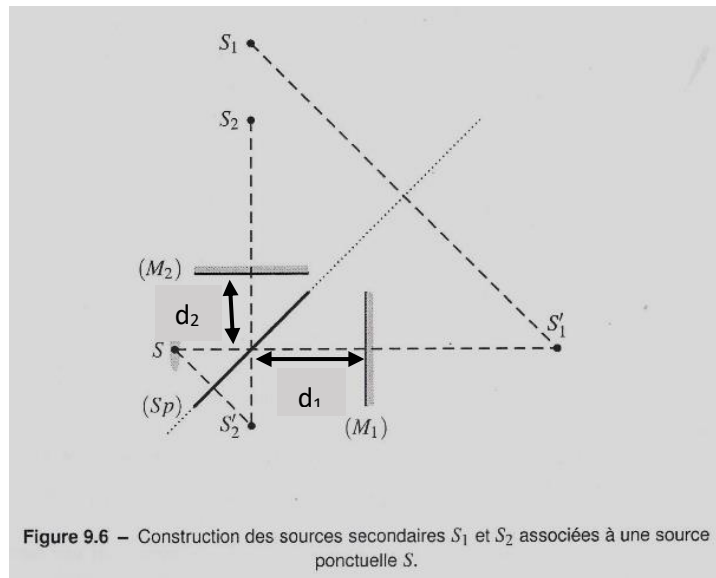
#### 2.2.1. Localisation des franges à l'infini

Pour l'interféromètre de Michelson, réglé en **lame d'air**, et éclairé par une source spatialement étendue, les franges d'interférences sont **localisées à l'infini**.

#### 2.2.2. Schéma du dispositif

L'interféromètre est éclairé par une source étendue : on considère une source ponctuelle  $S$  appartenant à cette source. L'onde rayonnée par  $S$  est supposée monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda_0$ .

Position des deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .



**Voie 1** : un rayon lumineux issu de  $S$  est transmis par la lame séparatrice ( $Sp$ ), réfléchi par le miroir ( $M_1$ ) et réfléchi par la lame séparatrice. La succession des images des  $S$  est :

$$S \xrightarrow{(M_1)} S'_1 \xrightarrow{(Sp)} S_1$$

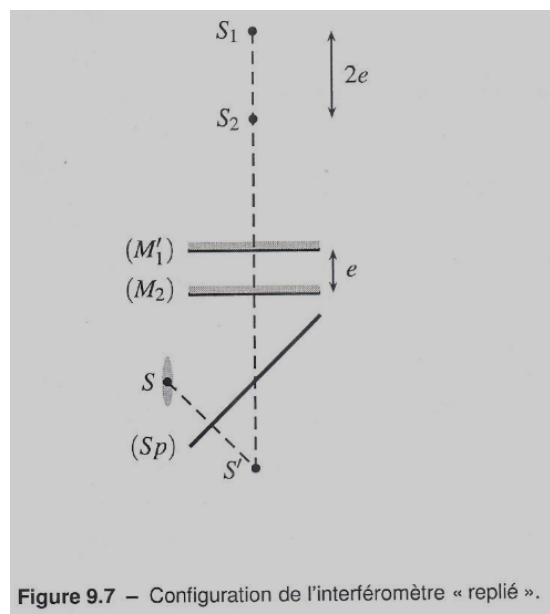
**Voie 2** : un rayon lumineux issu de  $S$  est réfléchi par la lame séparatrice ( $Sp$ ), réfléchi par le miroir ( $M_2$ ) et transmis par la lame séparatrice. La succession des images des  $S$  est :

$$S \xrightarrow{(Sp)} S'_2 \xrightarrow{(M_2)} S_2$$

Les constructions géométriques correspondantes sont réalisées sur la figure 9.6. Sur cette figure apparaît une symétrie du dispositif par rapport à l'axe de la séparatrice. Si on considère le miroir ( $M'_1$ ) symétrique de ( $M_1$ ) par rapport à la lame séparatrice, on a aussi :

$$S \xrightarrow{(Sp)} S'_2 \xrightarrow{(M'_1)} S_1$$

On choisit de renommer le point  $S'_2$  : il devient  $S'$ .  $S_1$  et  $S_2$  sont les images de  $S'$  dans les miroirs ( $M'_1$ ) et ( $M_2$ ) respectivement.



$$e = d_1 - d_2$$

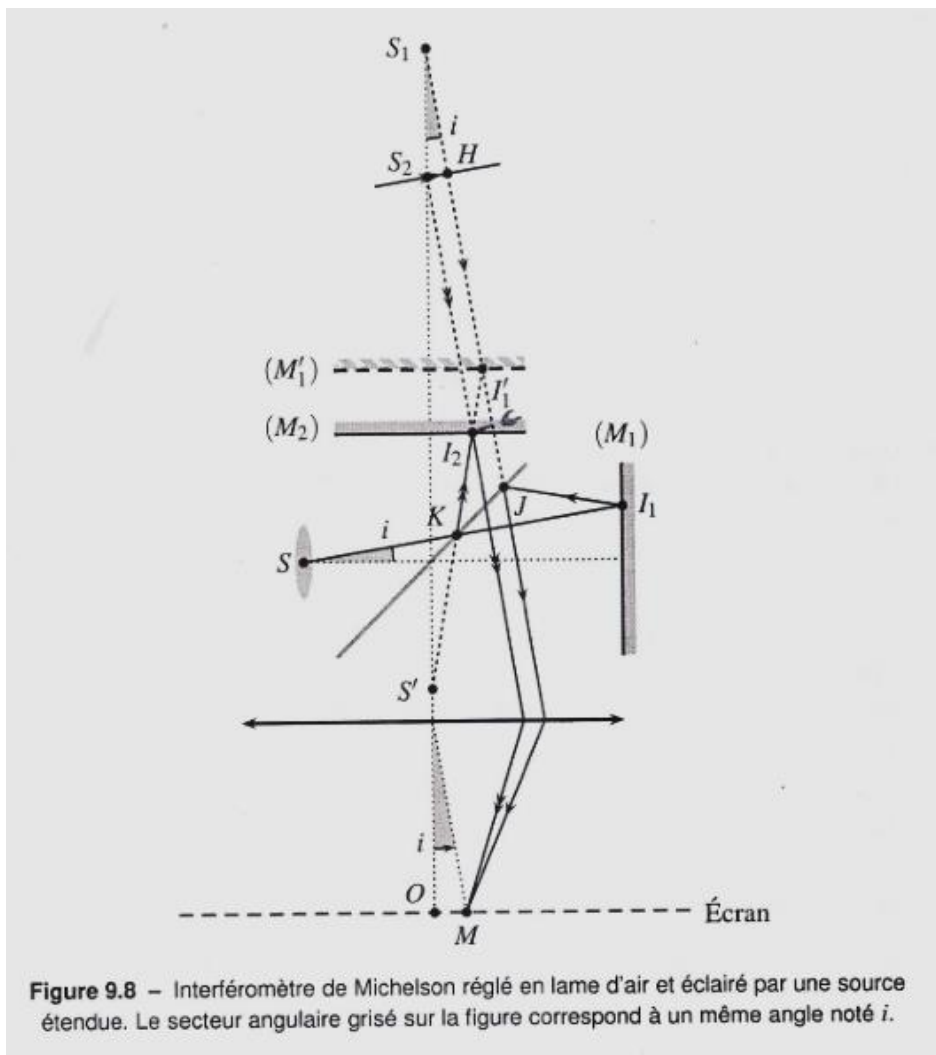
On appelle **épaisseur de la lame d'air** la distance entre  $(M_2)$  et  $(M'_1)$ . On la note  $e$ . On peut alors montrer que la distance entre  $S_1$  et  $S_2$  est :  $S_1S_2 = 2e$ .

### Remarques

- La dénomination **lame d'air** provient du fait tout se passe comme si une lame d'air, d'épaisseur  $e$ , était emprisonnée entre les miroirs  $(M_2)$  et  $(M'_1)$  qui sont parallèles.
- On peut définir le réglage en lame d'air par le fait que les miroirs  $(M_2)$  et  $(M'_1)$  sont parallèles.

### Marche des rayons lumineux

Le point  $M$  est à l'infini, soit en pratique dans le plan focal d'une lentille convergente. Les rayons issus de  $S$  qui viennent interférer en  $M$  sont parallèles à la direction allant du centre de la lentille à  $M$ . Ils semblent provenir des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ , ce qui permet de les tracer une fois que ces deux points sont placés.



### 2.2.3. Différence de marche, différence de phase et ordre d'interférences

$$(SM)_{\text{voie1}} = (SI_1) + \frac{\lambda_0}{2} + (I_1J) + \frac{\lambda_0}{2} + (JM) = (SI_1) + (I_1J) + (JM) + \lambda_0$$

Or  $(SI_1) = (S'I'_1)$  car  $S \xrightarrow{(Sp)} S'$ ,  $I_1 \xrightarrow{(SP)} I'_1$  et  $J \xrightarrow{(Sp)} J$  donc  $(I_1J) = (I'_1J)$  et  $(SI_1) = (S'I'_1)$

$$(\mathbf{SM})_{\text{voie1}} = (\mathbf{S'I'_1}) + (\mathbf{I'_1J}) + (\mathbf{JM}) + \lambda_0 = (\mathbf{S'I'_1}) + (\mathbf{I'_1M}) + \lambda_0$$

$$(\mathbf{SM})_{\text{voie2}} = (\mathbf{SK}) + \frac{\lambda_0}{2} + (\mathbf{KI_2}) + \frac{\lambda_0}{2} + (\mathbf{I_2M}) = (\mathbf{S'K}) + (\mathbf{KI_2}) + (\mathbf{I_2M}) + \lambda_0$$

$$(\mathbf{SM})_{\text{voie2}} = (\mathbf{S'I_2}) + (\mathbf{I_2M}) + \lambda_0$$

La différence de marche :

$$\delta(M) = (\mathbf{SM})_{\text{voie1}} - (\mathbf{SM})_{\text{voie2}} = (\mathbf{S'I'_1}) - (\mathbf{S'I_2}) + (\mathbf{I'_1M}) - (\mathbf{I_2M})$$

$$\delta(M) = (\mathbf{SM})_{\text{voie1}} - (\mathbf{SM})_{\text{voie2}} = (\mathbf{I_2I'_1}) + (\mathbf{I'_1C})$$

$$\cos i = \frac{e}{I_2I'_1} \Rightarrow I_2I'_1 = \frac{e}{\cos i}$$

$$\cos 2i = \frac{I'_1C}{I_2I'_1} \Rightarrow I'_1C = I_2I'_1 \cos 2i = \frac{e}{\cos i} \cos 2i$$

$$\delta(M) = \frac{ne}{\cos i} + \frac{ne}{\cos i} \cos 2i = \frac{ne}{\cos i} (1 + \cos 2i)$$

$$\delta(M) = \frac{ne}{\cos i} (2\cos^2 i) = 2necosi$$

**i: l'angle d'incidence sur le miroir (M<sub>1</sub>)**

On montre aussi que  $\delta(M) = \mathbf{S_1H}$  (voir figure 9.8).

Pour un interféromètre de Michelson, configuré en lame d'air, et éclairé par une source étendue, les franges d'interférences sont localisées à l'infini où la différence de marche, la différence de phase, l'ordre d'interférences et l'intensité vibratoire sont :

- Différence de marche :  $\delta(M) = 2necosi$
- Différence de phase :  $\Delta\varphi(M) = \frac{4\pi necosi}{\lambda_0}$
- Ordre d'interférences :  $p(M) = \frac{2necosi}{\lambda_0}$
- Intensité vibratoire :  $I(M) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi necosi}{\lambda_0} \right) \right)$

#### 2.2.4. Interprétation de la localisation des franges

L'expression de l'ordre d'interférence à l'infini montre qu'il ne dépend que de la position du point M. Tous les points de la source étendue produisent dans le plan focal de la lentille, leurs propres franges d'interférence. Comme l'ordre d'interférences en M ne dépend que de la position du point M, tous ces systèmes de franges d'interférences coïncident exactement, et quelle que soit l'extension spatiale de la source primaire. Les franges d'interférences visibles sont particulièrement lumineuses.

### 2.2.5. Notion de division d'amplitude

Le rayon émergent de la source est divisé par la séparatrice : on dit que l'interféromètre fonctionne par division d'amplitude. On admettra le résultat suivant :

Lorsqu'un dispositif interférentiel est éclairé par une **source étendue**, on peut constater l'existence d'une surface où la visibilité des franges d'interférences est maximale. Cette surface est appelée **surface de localisation** et on dit que l'on a des **franges localisées**. La surface de localisation est constituée de l'ensemble des points M qui correspondent à l'intersection des deux rayons émergents de l'interféromètre qui sont issus d'un seul et même rayon émergent de la source. En ces points, le dispositif interférentiel fonctionne par **division d'amplitude**.

### 2.2.6. Franges d'égale inclinaison

Le dispositif étudié présente une symétrie de révolution autour de l'axe ( $S_1S_2$ ). Les franges d'interférences ont donc la même symétrie de révolution : elles sont circulaires. On parlera aussi d'**anneaux**.

L'ordre d'interférences  $p(M)$  ne dépend que de l'angle  $i$ . Une frange brillante (ou sombre) donnée correspond à la même valeur de l'angle  $i$ . Comme cet angle correspond à l'inclinaison des rayons lumineux, on qualifie ces franges de **franges d'égale inclinaison**.

#### Rayon des anneaux successifs

L'expression  $p(M) = \frac{2ne \cos i}{\lambda_0}$  montre que l'ordre d'interférences décroît quand  $i$  augmente.

La valeur maximale  $p(i = 0) = \frac{2ne}{\lambda_0} = p_0 + \varepsilon$ , où  $p_0 = E\left(\frac{2ne}{\lambda_0}\right)$  est la partie entière de  $\frac{2ne}{\lambda_0}$

et  $0 \leq \varepsilon < 1$ .  $\varepsilon$  est appelé excédent fractionnaire. Le premier anneau brillant correspond à  $p_0$  de l'ordre de l'interférence. Soit O le centre de la figure d'interférence (fig. 9.8),  $r = OM$ .

$i$  est suffisamment faible (condition de Gauss) donc  $i \approx \tan i = \frac{r}{f'}$ . Le rayon  $r_1$  du premier anneau brillant :

$$p_0 = \frac{2ne}{\lambda_0} \cos i_1 \approx \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i_1^2}{2}\right) = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{r_1^2}{2f'^2}\right)$$

$$r_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0}{2ne} p_0\right)}$$

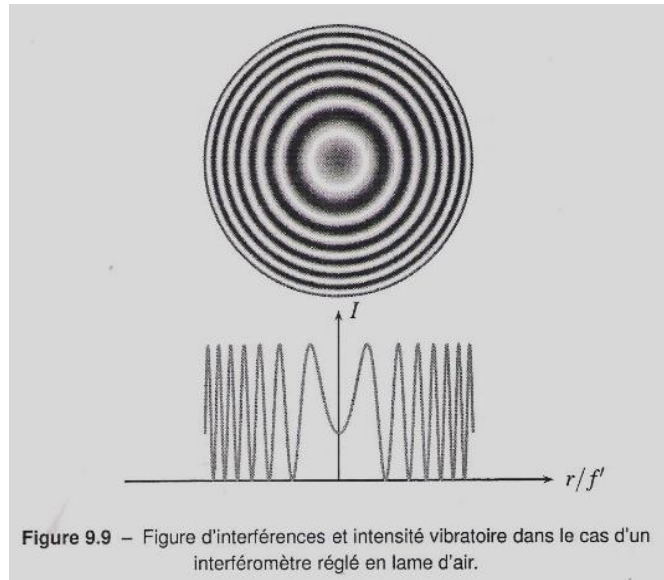
Le deuxième anneau brillant, de rayon  $r_2$ , correspond à un ordre d'interférences égale à  $p_0 - 1$ , et le  $m^{\text{ième}}$  anneau brillant, de rayon  $r_m$ , correspond à un ordre d'interférences égal à  $p_0 - m + 1$ . Le rayon  $r_m$  vaut :

$$r_m = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0}{2ne} (p_0 - m + 1)\right)}$$

## Remarque

Si  $p(i = 0)$  est un entier,  $\varepsilon = 0$  et donc  $p_0 = \frac{2ne}{\lambda_0} = p(i = 0)$ . Les formules suivantes

deviennent :  $r_m = f' \sqrt{\frac{2(m-1)}{p_0}}$  et  $r_1 = 0$ .



## Evolution des anneaux lorsque l'épaisseur $e$ varie

Lorsqu'on diminue l'épaisseur  $e$  de la lame d'air, un anneau donné rétrécit et finit par disparaître au centre de la figure d'interférences.

Au contact optique ( $e=0$ ), l'écran est uniformément éclairé ; c'est la **teinte plate**.

## 3. Configuration du coin d'air éclairé par une source étendue

### 3.1. Définition

On dit que l'interféromètre est configuré en **coin d'air** lorsque les deux miroirs ( $M'_1$ ), symétrique du miroir ( $M_1$ ) par rapport à la séparatrice, et ( $M_2$ ) ne sont pas parallèles.

L'angle  $\alpha$  entre les deux miroirs est très petit de l'ordre de  $10^{-3}$  rad. Les deux miroirs ( $M_2$ ) et ( $M'_1$ ) emprisonnent un coin d'air (fig. 9.2), ce qui justifie la dénomination de cette configuration.

### 3.2. Observation des franges

#### 3.2.1 Localisation des franges

Pour l'interféromètre de Michelson, réglé en **coin d'air**, et éclairé par une source modérément étendue à l'infini, on a des franges d'interférences **localisées au voisinage des miroirs ( $M'_1$ ) et ( $M_2$ )**.

#### 3.2.2. Différence de marche et ordre d'interférence

On travaille avec le système équivalent : miroirs ( $M'_1$ ) et ( $M_2$ ).



On considère tout d'abord le cas où les rayons incidents sont perpendiculaires à  $(M_2)$  (figure 9.12). Le rayon se réfléchit sur lui-même lors qu'il arrive au miroir  $(M_2)$ , par suite, le point d'intersection des deux rayons réfléchis est le pont  $M$  d'incidence sur le miroir  $(M_1')$  (ce qui établit, dans ce cas, la localisation des interférences au voisinage des miroirs). Le rayon qui se réfléchit sur  $(M_1')$  revient en  $M$  après avoir fait un aller-retour entre les deux miroirs.

$$\delta(\mathbf{M}) = (\mathbf{SM})_2 - (\mathbf{SM})_1 = 2n\mathbf{MJ}_2 = 2ne(\mathbf{M})$$

Où  $e(\mathbf{M})$  est l'épaisseur locale du coin d'air, définie comme la distance entre les deux miroirs au point  $M$ .

Pour un angle d'incidence  $i$ , on s'appuie sur la figure 9.13 où l'angle  $\alpha$  et l'angle d'incidence  $i$  sont exagérés pour la clarté du dessin : Ils sont en réalité très faibles de sorte que tous les rayons lumineux sont quasiment perpendiculaires aux deux miroirs, soit quasiment parallèles à  $\vec{u}_y$ . La différence de marche est :

$$\delta(\mathbf{M}) = n(\vec{J}_1\vec{J}_2 + \vec{J}_2\mathbf{M} - \vec{J}_1'\mathbf{M}) \cong n\vec{u}_y \cdot (\vec{J}_1'\vec{J}_2 - \vec{J}_2\mathbf{M} + \vec{J}_1'\mathbf{M}), \text{ en négligeant des termes}$$

d'ordre supérieur ou égal à deux en  $i$  en  $\alpha$  (par exemple :  $\vec{u}_y \cdot \vec{J}_1'\vec{J}_2 = J_1'J_2 \cos i \cong J_1'J_2$ ). On

$$\text{trouve ensuite : } \delta(\mathbf{M}) = n\vec{u}_y \cdot (\vec{J}_1'\vec{J}_2 - \vec{J}_2\mathbf{K} - \vec{K}\mathbf{M} + \vec{J}_1'\mathbf{M}) = n\vec{u}_y \cdot (\vec{J}_1'\vec{J}_2 - \vec{J}_2\mathbf{K} + \vec{J}_1'\mathbf{K})$$

Or au premier ordre :  $\vec{u}_y \cdot \vec{J}_1'\vec{J}_2 \cong -\vec{u}_y \cdot \vec{J}_2\mathbf{K} \cong e(\mathbf{M})$  et  $\vec{u}_y \cdot \vec{J}_1'\mathbf{K} \cong 0$ . Finalement :

$$\delta(\mathbf{M}) \cong 2ne(\mathbf{M})$$

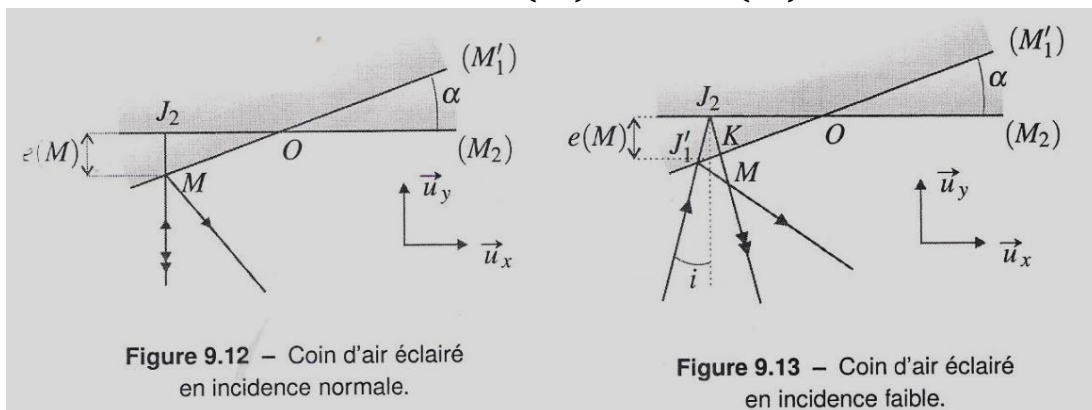


Figure 9.12 – Coin d'air éclairé en incidence normale.

Figure 9.13 – Coin d'air éclairé en incidence faible.

Pour un interféromètre de Michelson réglé en **coin d'air** et éclairé par une source modérément étendue à l'infini, les interférences sont **localisées** sur une **surface voisine des deux miroirs**. En un point  $M$  de cette surface, où l'épaisseur locale entre les deux miroirs est  $e(\mathbf{M})$ , la différence de marche  $\delta(\mathbf{M})$  et l'ordre d'interférences  $p(\mathbf{M})$  sont :

$$\delta(\mathbf{M}) = 2ne(\mathbf{M}) \text{ et } p(\mathbf{M}) = \frac{2ne(\mathbf{M})}{\lambda_0}$$

### 3.2.3. Frange d'égal épaisseur

Les interférences sont localisées au voisinage des miroirs. En pratique, pour les projeter sur un écran, on utilise une lentille de projection qui conjugue le plan des miroirs avec l'écran d'observation. Lorsque l'image des miroirs est nette sur l'écran, on voit les franges d'interférences.

La figure 9.14 donne le schéma de principe complet de l'expérience. La source étendue est placée dans le plan focal d'une lentille convergente ( $L_1$ ). Son diamètre est petit devant

la distance focale de ( $L_1$ ) de sorte que **l'interféromètre est éclairé par un faisceau quasiment parallèle**. La lentille ( $L$ ) forme l'image des miroirs ( $M_2$ ) et ( $M_1'$ ) (quasiment confondus) sur l'écran.

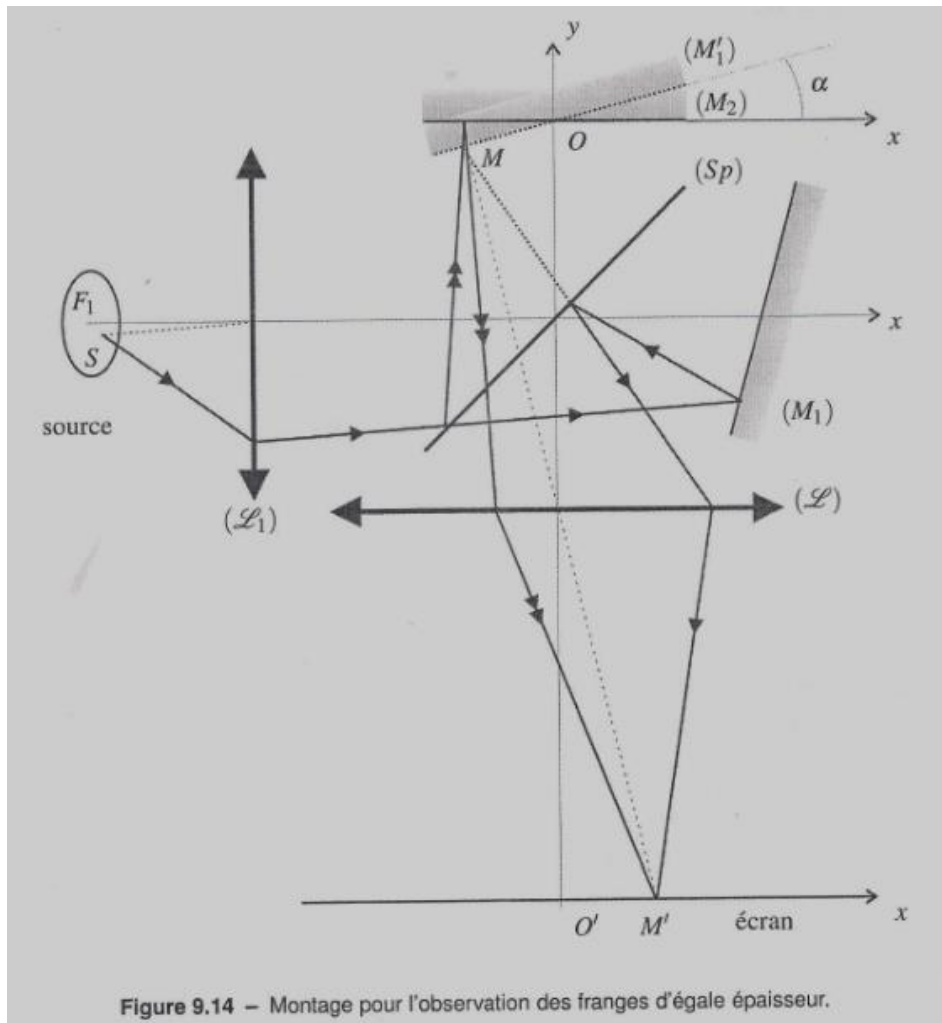


Figure 9.14 – Montage pour l'observation des franges d'égale épaisseur.

Considérons une frange d'ordre d'interférences  $p$  donné :  $p(M) = \frac{2ne(M)}{\lambda_0}$ . Cette frange est donc associée à une épaisseur  $e$  fixée. Elle passe par tous les points où l'épaisseur reste la même. On dit qu'il s'agit d'une **frange d'égale épaisseur**.

Dans le cas de deux miroirs plans, comme c'est le cas pour l'interféromètre de Michelson, l'épaisseur dépend de la distance à l'intersection des deux miroirs. Sur la figure 9.14 :

$$e(M) \cong |\alpha x|$$

On rappelle que l'angle  $\alpha$  est très petit.

L'intensité vibratoire est alors :

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi n \alpha x}{\lambda_0} \right) \right)$$

L'intensité vibratoire ne dépend que de  $x$  ; on obtient donc des franges d'égale épaisseur rectilignes parallèles à l'intersection des deux miroirs. L'interfrange  $i$  correspond à la

périodicité spatiale de l'intensité vibratoire :  $i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$

### Remarque

La lentille ( $L$ ) introduit un grandissement  $\gamma$ . L'interfrange sur l'écran est  $\gamma \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$